

# Mikro A

Eksamensnummer 45

16. juni 2022

## Indhold

<b>1</b>	<b>Opgave 1: Prospect Theory</b>	<b>2</b>
1.1	.....	2
1.2	.....	2
1.3	.....	2
1.4	.....	3
<b>2</b>	<b>Opgave 2: Prisdiskriminaton</b>	<b>3</b>
2.1	.....	3
2.2	.....	5
2.3	.....	5
2.4	.....	6
2.5	.....	8
2.6	.....	8
<b>3</b>	<b>Opgave 3: Cournot oligopi</b>	<b>9</b>
3.1	.....	9
3.2	.....	10
3.3	.....	10
3.4	.....	11
<b>4</b>	<b>Opgave 4 Asymmetrisk information</b>	<b>11</b>
4.1	.....	11
4.2	.....	11
4.3	.....	12
4.4	.....	12

# 1 Opgave 1: Prospect Theory

## 1.1

Det ses, at et tab,  $x < 0$ , giver en mindre relativ nytte end en gevinst på samme mængde. Fx  $x = 4$  giver nytten  $u(4) = 4^{1/2} = 2$  og nytten af  $x = -4$  giver nytten  $u(-4) = -a(-(-4))^{1/2} = -a2$ , og da  $a > 1$  må  $|u(4)| < |u(-4)|$ . Dvs. nyttefunktionen er for en agent, som foretrækker at undgå tab fremfor at få en gevinst, selvom gevinsten er lig, eller måske er større en tabet.

## 1.2

Bestemmer først forventningen til lotteriet:

$$E = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot b = \frac{1}{2}b$$

Bestemmer herefter den nytten af den forventede værdi af lotteriet:

$$u(E) = u\left(\frac{1}{2}b\right) = \left(\frac{1}{2}b\right)^{1/2}$$

Nytten af lotteriet er givet ved

$$U = \sum_{i=1}^N p_i u(x_i)$$

Bestemmer nytten ved lotteriet:

$$U = \frac{1}{2} \cdot u(0) + \frac{1}{2} \cdot u(b) = \frac{1}{2} \cdot (b)^{1/2}$$

Og da  $\frac{1}{2} \cdot (b)^{1/2} < \left(\frac{1}{2}b\right)^{1/2}$ , vil agenten hellere have forventningen til lotteriet end lotteriet.

## 1.3

Bestemmer først forventningen til lotteriet:

$$E = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot -a$$

Bestemmer nytten til forventningen:

$$u(E) = u(-\frac{a}{2}) = -\alpha(\frac{a}{2})^{1/2}$$

Bestemmer herefter nytten af lotteriet;

$$U = \frac{1}{2} \cdot u(0) + \frac{1}{2} \cdot u(-a) = -\frac{1}{2}\alpha(a)^{1/2}$$

Her ses det, at

$$-\frac{1}{2}\alpha(a)^{1/2} > -\alpha(\frac{a}{2})^{1/2}$$

og agenten vil derfor foretrække lotteriet.

## 1.4

Bestemmer først nytten af 0:

$$u(0) = 0$$

Bestemmer herefter nytten af lotteriet:

$$U = \frac{1}{2} \cdot u(-c) + \frac{1}{2} \cdot u(c) = \frac{1}{2}(c)^{1/2} - \alpha\frac{1}{2}(c)^{1/2}$$

og da  $\alpha > 1$  giver det en negativ nytte, og agenten foretrækker derfor 0 i stedet for lotteriet.

## 2 Opgave 2: Prisdiskriminaton

$$U_s(q, x) = q - \frac{1}{2}b_s q^2 + x$$

$$U_k(q, x) = q - \frac{1}{2}b_k q^2 + x$$

### 2.1

For at bestemme den optimale  $(p_e, q_e)$  for virksomheden, skal den inverse efterspørgselsfunktion  $(p_e(q_e))$  for forbrugeren bestemmes. Det antages, at de studerende skal købe economy og konsulenterne skal købe business. Dette gøres ved at bestemme MRS og sætte den lig den relative pris:

$$MU_{s,q} = \frac{\partial U_s}{\partial q} = 1 - b_s q$$

$$MU_{s,x} = \frac{\partial U_s}{\partial x} = 1$$

$$MRS = \frac{MU_{s,q}}{MU_{s,x}} = \frac{1 - b_s q_e}{1} = \frac{p_e}{p_x} = \frac{p_e}{1}$$

Dvs. den inverse efterspørgselsfunktion er

$$p_e(q_e) = 1 - b_s q_e$$

Indsætter det i virksomhedens indtægter for studerende:

$$R_s = q_e p_e = q_e(1 - b_s q_e) = q_e - b_s q_e^2$$

Sætter  $MR = MC$ , hvor  $MC = 0$  og isolerer  $q_e$ :

$$MR = \frac{\partial R_s}{\partial q_e} = 1 - 2b_s q_e$$

$$MR = 0 \iff 1 - 2b_s q_e = 0 \iff q_e^* = \frac{1}{2b_s}$$

Indsætter  $q_e^*$  i  $p_e(q_e)$ :

$$p_e^*(q_e^*) = 1 - b_s \left( \frac{1}{2b_s} \right) = \frac{1}{2}$$

Dvs. den optimale

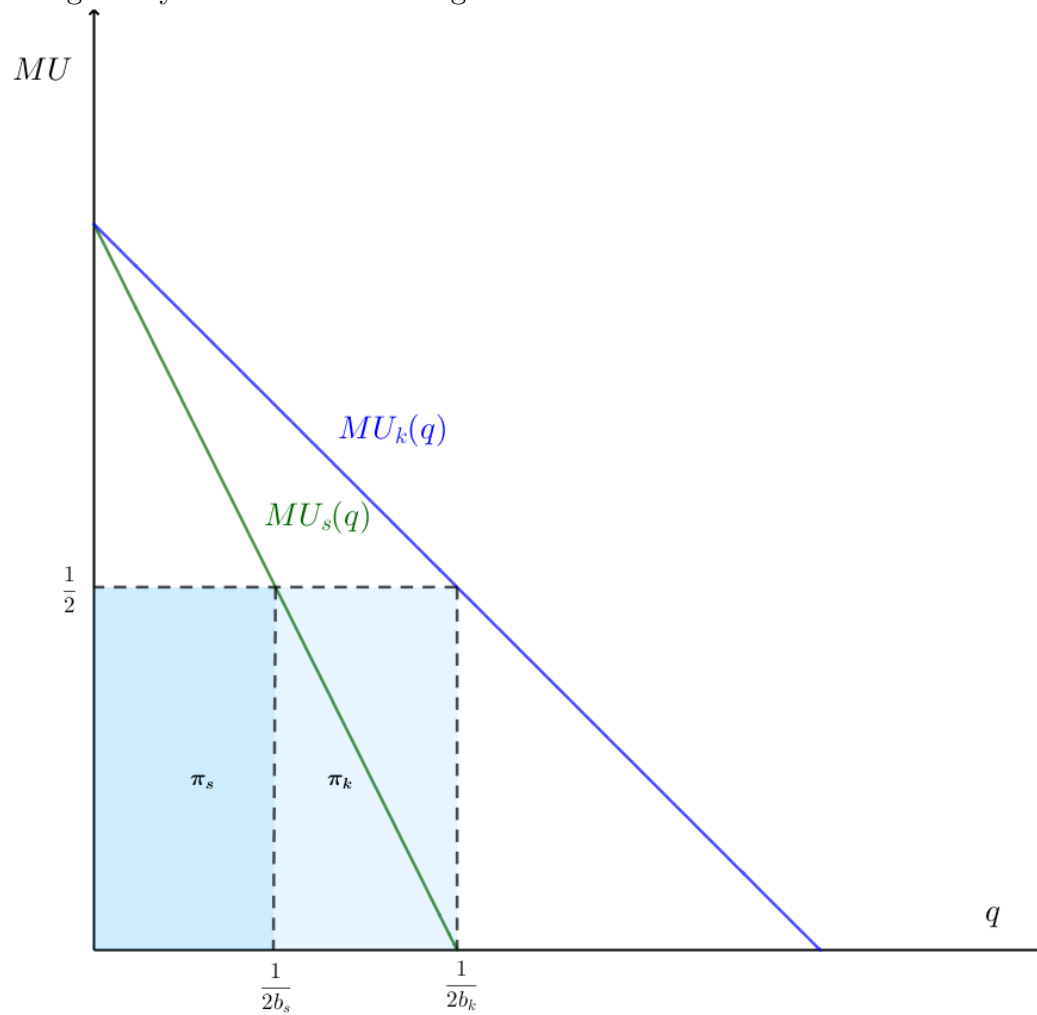
$$(p_e^*, q_e^*) = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2b_s} \right)$$

Og pga. symmetri vil  $(p_b, q_b)$  blot være givet ved

$$(p_b^*, q_b^*) = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2b_k} \right)$$

## 2.2

Marginal nytten af studerende og konsulenter illustreret:



Hvor arealet markeret er profitten for henholdsvis  $\pi_k$  (den store firkant) og  $\pi_s$  (den lille firkant).

## 2.3

Hvis den studerende altid skal købe economy billetter, så skal nytten være større end nytten ved at købe business:

$$U_s(q_e, x) > U_s(q_b, x)$$

Det vides at  $q_e < q_b$  og:

$$U_s(q_e, x) = q_e - \frac{1}{2}b_s q_e^2 + x$$

$$U_s(q_b, x) = q_b - \frac{1}{2}b_s q_e^2 + x$$

Indsætter i uligheden:

$$q_e - \frac{1}{2}b_s q_e^2 + x > q_b - \frac{1}{2}b_s q_b^2 + x$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$q_e - \frac{1}{2}b_s q_e^2 > q_b - \frac{1}{2}b_s q_b^2$$

Og pga.  $q_e < q_b$  vil uligheden altid være gældende, og derfor vil studerende altid købe economy billetter.

Samme fremgangsmåde for konsulenterne:

$$U_k(q_e, x) = q_e - \frac{1}{2}b_k q_e^2 + x$$

$$U_k(q_b, x) = q_b - \frac{1}{2}b_k q_e^2 + x$$

Indsætter i uligheden:

$$q_e - \frac{1}{2}b_k q_e^2 + x > q_b - \frac{1}{2}b_k q_b^2 + x$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$q_e - \frac{1}{2}b_k q_e^2 > q_b - \frac{1}{2}b_k q_b^2$$

Hvor denne ulighed igen altid vil holde pga.  $q_e < q_b$ , og derfor vil også konsulenterne kun købe economy billetter.

## 2.4

For at bestemme den optimale kvalitet for economy sættes den opkrævede betaling for henholdsvis de studerende og konsulenter til  $S_s$  og  $S_k$ , profitten er derfor:

$$\pi = S_s + S_k$$

Og det vides, at den totale maksimale betalingsvillighed for de studerende og konsulenterne må være kvalitet ganget den inverse efterspørgselsfunktion:

$$R_s(q_e) = q_e p_s(q_e) = q_e - b_s q_e^2$$

$$R_k(q_b) = q_b p_k(q_b) = q_b - b_k q_b^2$$

For at maksimere profitten, skal  $S_s$  og  $S_k$  optimeres, dog under bibetingelserne:

$$R_s(q_e) = S_s$$

$$R_k(q_b) - S_k \geq S_k$$

$$R_s(q_e) - S_s \geq R_s(q_b) - S_k$$

$$R_k(q_b) - S_k = R_k(q_e) - S_s$$

Omskriver profitten ved brug af ovenstående betingelser:

$$\pi = S_s + S_k = 2R_s(q_e) + R_k(q_b) - R_k(q_e) = 2q_e - 2b_s q_e^2 - b_k q_b^2 + b_k q_e^2$$

Finder kvaliteten for economy ved den maksimale profit ved differentiere profitten ift.  $q_e$  og sætte den lig nul:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_e} = 2 - 4b_s q_e + 2b_k q_e = 0 \iff q_e = \frac{1}{2b_s - b_k}$$

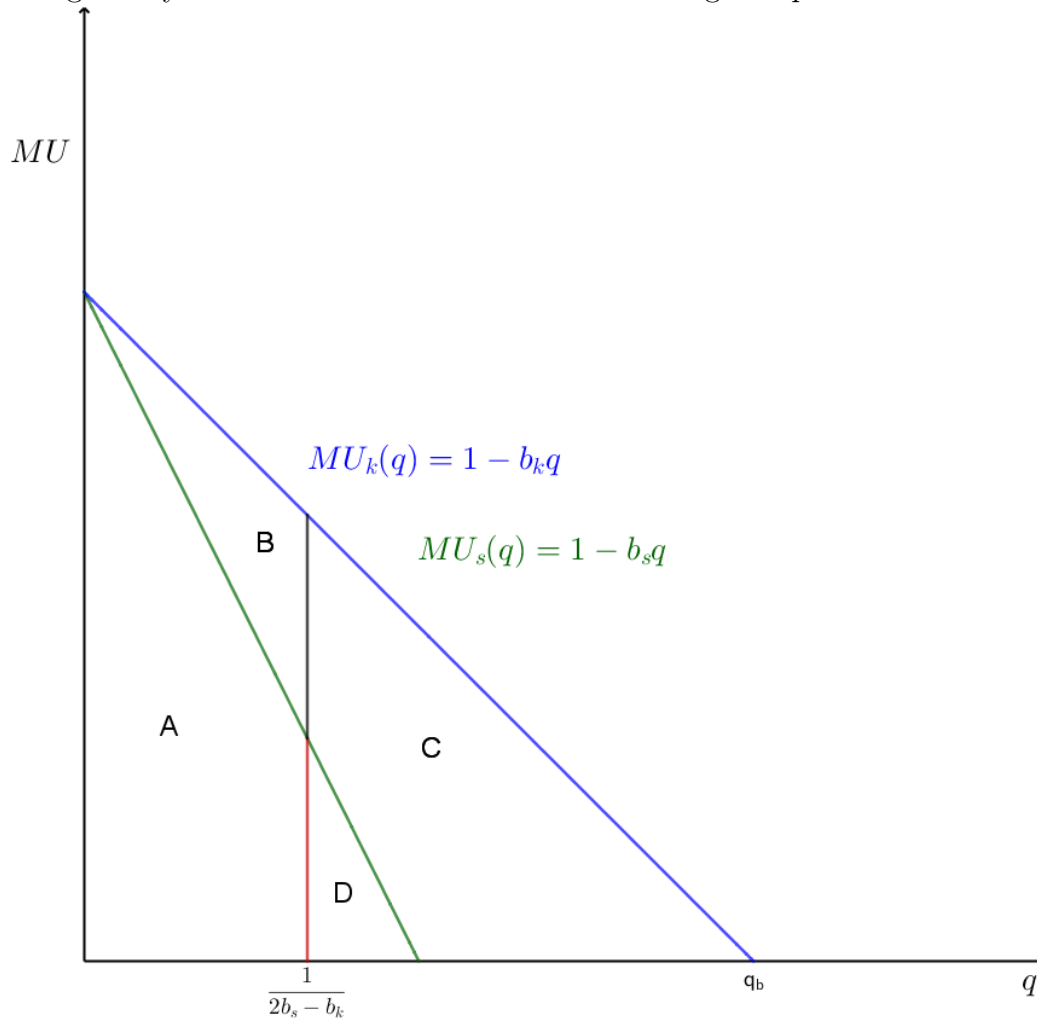
Fra tidligere ved tredje grads prisdeskrimination havde economy kvaliteten  $\frac{1}{2b_s}$ , men ved anden grads prisdeskrimination kvaliteten  $\frac{1}{2b_s - b_k}$  og altså nu også afhænger af konsulentens præferencer. Det ses at

$$\frac{\partial q_e}{\partial b_k} = \frac{2}{(-b_k + 2b_s)^2}$$

Og derfor afhænger kvaliteten af economy positivt af  $b_k$ .

## 2.5

Marginal nytten illustreret ift. kvalitet ved anden grads prisdeskrimination:



Hvor profitten ( $\pi$ ) er arealet af områderne  $\pi = 2A + D + C$ , og længden af den sorte linje er lig længden af den røde linje.

## 2.6

Når  $\alpha$  går mod 0, så skal virksomheden samtidigt sænke kvaliteten for studerende. Og når der er tilstrækkelig få studerende, så giver det til sidst ikke mening for virksomheden at opretholde economy billetten.



### 3 Opgave 3: Cournot oligopi

#### 3.1

Bestemmer først virksomhed 1's best response funktion.  
profitfunktionen til virksomhed 1:

$$\pi_1(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2)y_1 - c_1y_1 = ay_1 - by_1^2 - by_2y_1 - c_1y_1$$

Bestemmer  $\max_{y_1} \pi$ , og deraf best response funktionen for virksomhed 1:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = a - 2by_1 - by_2 - c_1 = 0 \iff BR_1(y_2) = y_1 = \frac{a - by_2 - c_1}{2b}$$

Og pga. symmetri vil best response funktionen for virksomhed 2 givet til:

$$BR_2(y_1) = y_2 = \frac{a - by_1 - c_2}{2b}$$

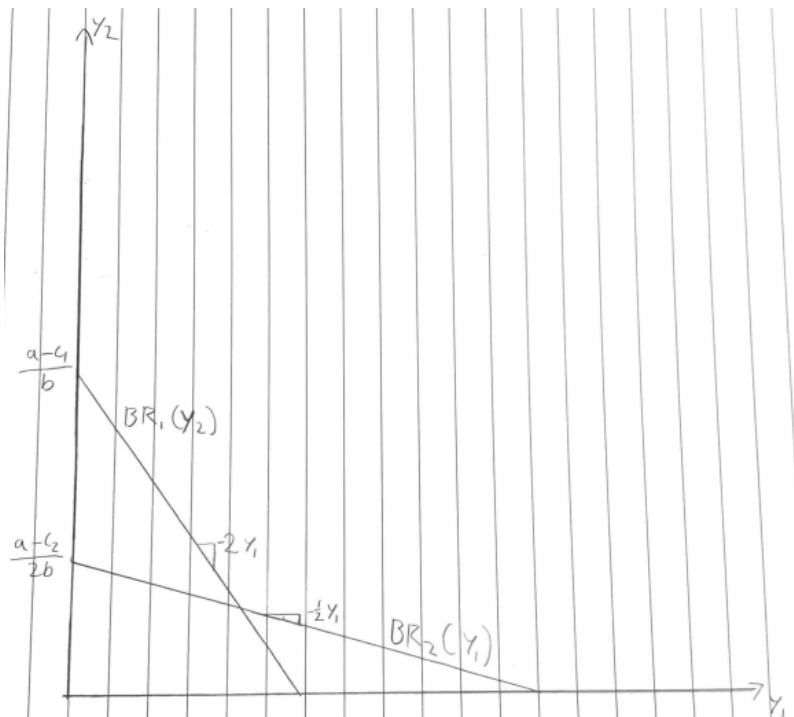
For at bestemme om virksomhederne er strategiske komplementer eller substitutter differentieres best response funktionerne, for at bestemme hvad fx virksomhed 1 gør, når virksomhed 2 øger produktionen:

$$\frac{\partial BR_1(y_2)}{\partial y_2} = -\frac{y_2}{2} > 0$$

$$\frac{\partial BR_2(y_1)}{\partial y_1} = -\frac{y_1}{2} > 0$$

Derfra ses det, at de er strategiske substitutter, da hver virksomheds produktion afhænger negativt af den andens produktion.

### 3.2



### 3.3

For at bestemme Nash ligevægten indsættes virksomhed 2's best response ind for  $y_2$  i virksomhed 1's best response funktion:

$$BR_1(BR_2(y_1)) = y_1 = \frac{a - b\left(\frac{a - by_1 - c_2}{2b}\right) - c_1}{2b}$$

Herefter isoleres  $y_1$ , som så er  $y_1^*$ :

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{a - b\left(\frac{a - by_1 - c_2}{2b}\right) - c_1}{2b} \iff y_1 = \frac{a}{4b} + \frac{y_1}{4} + \frac{c_2}{4b} - \frac{c_1}{2b} \\ \iff 4y_1 &= \frac{a}{b} + y_1 + \frac{c_2}{b} - \frac{2c_1}{b} \iff 3y_1 = \frac{a}{b} + \frac{c_2}{b} - \frac{2c_1}{b} \\ \iff y_1^* &= \frac{a + c_2 - 2c_1}{3b} \end{aligned}$$

For at bestemme  $y_2^*$ , indsættes  $y_1^*$  for  $y_1$  i  $BR_2(y_1)$ :

$$y_2^* = \frac{a - b\left(\frac{a+c_2-2c_1}{3b}\right) - c_2}{2b} = \frac{a + c_1 - 2c_2}{3b}$$

Dvs. Nash ligevægten er i  $y_1^* = \frac{a+c_2-2c_1}{3b}$  og  $y_2^* = \frac{a+c_1-2c_2}{3b}$

### 3.4

Differentiere  $y_1^*$  og  $y_2^*$  ift.  $c_1$ :

$$\frac{\partial y_1^*}{\partial c_1} = -\frac{2}{3b}$$

$$\frac{\partial y_2^*}{\partial c_1} = \frac{1}{3b}$$

Dvs. når omkostningerne for virksomhed 1 stiger, så falder virksomhed 1's produktion, og virksomhed 2 øger derfor produktionen. Dog falder den samlede produktion, da virksomhed 1's produktion falder mere end virksomhed 2's stiger.

## 4 Opgave 4 Asymmetrisk information

### 4.1

Når alle er klar over, om en given bil er en peach eller lemon, så vil mulige priser i markedet for peaches/lemons være det interval, hvor prisen er over sælgerens mindste pris og under værdien for køberen. Dvs.

Pris for lemons:  $[1000, 1200]$

Pris for peaches:  $[1500, 1800]$

Og da både sælger og køber er tilfreds med pris i begge tilfælde, vil bilerne blive solgt.

### 4.2

Hvis hverken sælger eller køber ved om en bil er en peach eller lemon, må man gå ud fra, at sælgeren vil sælge, så længe de får den forventede værdi af en bil:

$$E_{\text{sælger}} = 1000 \cdot \mu + 1500(1 - \mu)$$

Og på samme måde vil køberen købe, så længe de får under den forventede værdi for dem:

$$E_{\text{køber}} = 1200 \cdot \mu + 1800(1 - \mu)$$

Dvs. så længe  $E_{\text{sælger}} \leq E_{\text{køber}}$  bliver begge biler solgt på markedet til en pris i intervallet  $[1000 \cdot \mu + 1500(1 - \mu), 1200 \cdot \mu + 1800(1 - \mu)]$ .

### 4.3

Når køberen ikke kan se forskel, men sælgeren kan. Så vil køberen stadig kun købe biler når prisen er under den forventede værdi:  $E_{\text{køber}} = 1200 \cdot \mu + 1800(1 - \mu)$ . Sælgeren kan få en pris henholdsvis stadig mindst 1000 for en lemon og 1500 for en peach. Dvs. for begge biler bliver solgt, så skal  $E_{\text{køber}}$  mindst være 1500:

$$1500 \leq 1200 \cdot \mu + 1800(1 - \mu)$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$1500 \leq 1200 \cdot \mu + 1800 - 1800\mu$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$-300 \leq -600\mu \Longleftrightarrow 0,5 \leq \mu$$

Dvs. når  $\mu$  er i intervallet  $[0, 0,5]$  vil begge biler blive solgt. Dvs. når køberen ved, at mindst halvdelen af bilerne er peaches, vil køberne gerne købe en bil.

### 4.4

Hvis  $\mu = 1$ , så vil alle lemons blive solgt, da sælgeren så vil sælge til mindst 1000 og køberen vil købe til 1200. Hvis  $\mu = 0$  vil også alle biler blive solgt, da sælgeren vil sælge til 1500 og køberen vil købe til 1800. Derfor vil begge markeder altid kunne understøttes